Lycée secondaire jbeljloud	Devoir de contrôle n°3	$4^{ème}$ sciences de l'informatique
Rajhi slim	Mathématiques	Durée 2 heures

Exercice1(7points)

On considère la fonction *f* définie sur l'ensemble IR $f(x)=2-\frac{x-2}{5}e^x$.

On note C sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

1. a. Calculer la limite de *f*(*x*) quand *x* tend vers $+\infty$.

b. Calculer la limite de *f*(*x*) quand *x* tend vers $-\infty$.

c. En déduire l'équation d'une droite D asymptote â la courbe C.

d. Calculer les coordonnées du point d'intersection *A* de la droite D et de la courbe C.

e. Déterminer la position relative de la courbe C par rapport â la droite D.

2. a. Calculer $f'(x)$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de *f* sur IR.

3. Donner une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.

4. a. Montrer que l'équation *f*(*x*) = 0 admet une solution x_0 sur [2 ; 3].

b. Donner un encadrement de x_0 à 10^{-2} près.

5. Tracer sur un même graphique la droite D, la tangente T et la courbe C.

Partie B : Calcul d'aire

1. On considère la fonction *g* définie sur IR par $g(x)=\frac{x-3}{5}e^x$.

a. Calculer $g'(x)$.

b. En déduire une primitive de *f* sur IR.

Exercice2(6points)

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

On considère l'équation (E) : $7x-6y=1$ où *x* et *y* sont des entiers naturels.

1. Donner une solution particulière de l'équation (E).

2. Déterminer l'ensemble des couples d'entiers naturels solutions de l'équation (E).

Partie B

Dans cette partie, on se propose de déterminer les couples (n, m) d'entiers naturels non nuls vérifiant la relation

$$7^n - 3\times 2^m = 1 \text{ (F).}$$

1. On suppose $m \leq 4$. Montrer qu'il y a exactement deux couples solutions.

2. On suppose maintenant que $m \geq 5$.

a. Montrer que si le couple *(n, m)* vérifie la relation (F) alors $7^n \equiv 1(\text{modulo } 32)$.

b. En étudiant les restes de la division par 32 des puissances de 7, montrer que si le couple (n, m) vérifie la relation (F) alors n est divisible par 4.

c. En déduire que si le couple (n, m) vérifie la relation (F) alors $7^n \equiv 1(\text{modulo } 5)$.

Exercice3(7points)

Dans un manège de quartier un organisateur de jeux dispose de 2 roues de 20 cases chacune. La roue A comporte 18 cases noires et 2 cases rouges. La roue B comporte 16 cases noires et 4 cases rouges.

Lors du lancer d'une roue toutes les cases ont la même probabilité d'être obtenues.

La règle du jeu est la suivante :

• Le joueur mise 1 dinar et lance la roue A.

• S'il obtient une case rouge, alors il lance la roue B, note la couleur de la case obtenue et la partie s'arrête.

• S'il obtient une case noire, alors il relance la roue A, note la couleur de la case obtenue et la partie s'arrête.

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Soient E et F les événements :

E : « à l'issue de la partie, les 2 cases obtenues sont rouges » ;

F : « à l'issue de la partie, une seule des deux cases est rouge ».

Montrer que p(E) = 0,02 et p(F) = 0,17.

3. Si les 2 cases obtenues sont rouges le joueur reçoit 10 dinars ; si une seule des cases est rouge le joueur reçoit 2 dinars ; sinon il ne reçoit rien.

X désigne la variable aléatoire égale au gain algébrique en dinars du joueur (rappel : le joueur mise 1 dinar).

a. Déterminer la loi de probabilité de X.

b. Calculer l'espérance mathématique de X et en donner une interprétation.

4. Le joueur décide de jouer n parties consécutives et indépendantes *(n* désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2).

a. Démontrer que la probabilité p_n qu'il lance au moins une fois la roue B est telle que : $p_n = 1-(0,9)^n$.

b. Justifier que la suite de terme général p_n est convergente et préciser sa limite.

c. Quelle est la plus petite valeur de l'entier n pour laquelle $p_n > 0,9$?